

# GAUSIEN VEYA NORMAL HATA DAĞILIMI

ÖRNEK UYGULAMA

## Gauss veya Normal Hata Dağılımları

- **Bilinen (Belirli) bir hata oranına sahip bir seri deney yapıldığımızı varsayalım.** Bu deneylere ait  $x$  fiziksel büyüklüğünün belirli bir aralıkta bulunma olasılığını tespit etmek amacıyla gausien/gauss (veya normal) dağılım adı verilen tanım kullanılır.

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-x_m)^2/2\sigma^2}$$

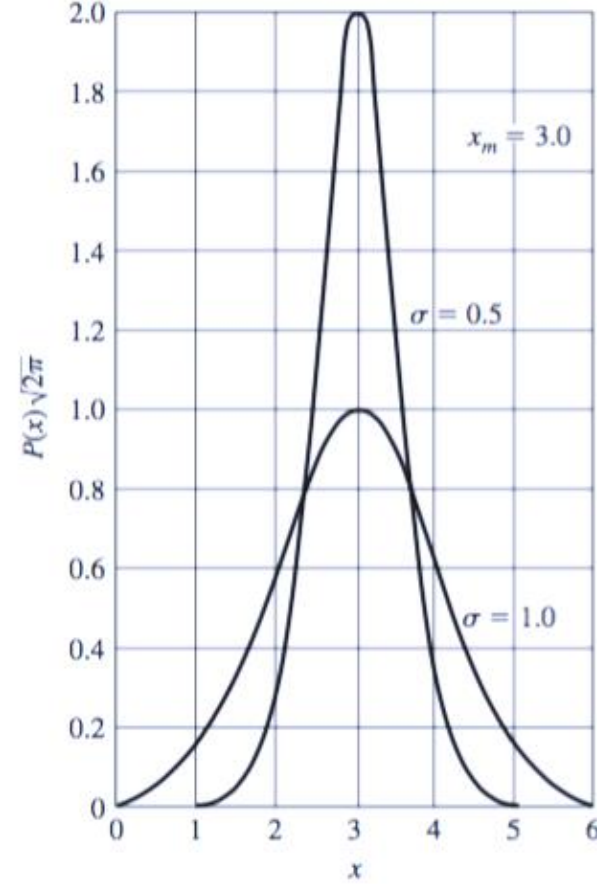
- Burada  $P(x)$  olasılık yoğunluğu,
- $x_m$  dağılımın yoğunlaştığı ortalama değeri
- $\sigma$  ise standart sapma

# Gauss veya Normal Hata Dağılımları

- Gauss dağılımı
- $x_m=3$
- $\sigma= 0,5$  ve  $1.0$  değerleri
- $x=x_m$  maksimum değerdir.
- Hassasiyet ölçüsü

$$P(x_m) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

- Max noktadaki olasılık değeri



## Gauss veya Normal Hata Dağılımları

- Bir deneyde yapılan ölçümlerde tüm deney verilerinin  $X_m$  ortalamasından  $X_1$  ( $\Delta x$ ) kadar sapması olursa Gauss (normal) dağılımında yeni olasılığın yoğunluğu;

$$P = \int_{x_m - x_1}^{x_m + x_1} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-x_m)^2/2\sigma^2} dx$$

- Denklemden hesaplanır.
- Bu denklemde

$$\eta = \frac{x - x_m}{\sigma} \qquad \eta_1 = \frac{x_1}{\sigma}$$

- Alınırsa ; normal dağılımın hata değeri :  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\eta^2/2}$

# Gauss veya Normal Hata Dağılımları

- Gauss fonksiyonu farklı  $\eta = \frac{x - x_m}{\sigma}$  değerleri için  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\eta^2/2}$  değisimi

**Table 3.1** Values of the gaussian normal error distribution

Values of the function  $(1/\sqrt{2\pi})e^{-\eta^2/2}$  for different values of the argument  $\eta$ . Each figure in the body of the table is preceded by a decimal point.

$\eta$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	39894	39892	39886	39876	39862	39844	39822	39797	39767	39733
0.1	39695	39654	39608	39559	39505	39448	39387	39322	39253	39181
0.2	39104	39024	38940	38853	38762	38667	38568	38466	38361	38251
0.3	38139	38023	37903	37780	37654	37524	37391	37255	37115	36973
0.4	36827	36678	36526	36371	36213	36053	35889	35723	35553	35381
0.5	35207	35029	34849	34667	34482	34294	34105	33912	33718	33521
0.6	33322	33121	32918	32713	32506	32297	32086	31875	31659	31443
0.7	31225	31006	30785	30563	30339	30114	29887	29658	29430	29200
0.8	28969	28737	28504	28269	28034	27798	27562	27324	27086	26848
0.9	26609	26369	36129	25888	25647	25406	25164	24923	24681	24439
1.0	24197	23955	23713	23471	23230	22988	22747	22506	22265	22025
1.1	21785	21546	21307	21069	20831	20594	20357	20121	19886	19652
1.2	19419	19186	18954	18724	18494	18265	18037	17810	17585	17360
1.3	17137	16915	16694	16474	16256	16038	15822	15608	15395	15183
1.4	14973	14764	14556	14350	14146	13943	13742	13542	13344	13147

## Gauss veya Normal Hata Dağılımın İntegrali

- Gauss normal hata fonksiyonunun integrali aşağıda gösterilmiştir.

Values of the integral  $(1/\sqrt{2\pi}) \int_0^{\eta_1} e^{-\eta^2/2} d\eta$  are given for different values of the argument  $\eta_1$ . It may be observed that

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\eta_1}^{+\eta_1} e^{-\eta^2/2} d\eta = 2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\eta_1} e^{-\eta^2/2} d\eta$$

The values are related to the error function since

$$\text{erf } \eta_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\eta_1}^{+\eta_1} e^{-\eta^2} d\eta$$

Gauss veya Normal İ  $\text{erf } \eta_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\eta_1}^{+\eta_1} e^{-\eta^2} d\eta$  yonunun P(x) integrali

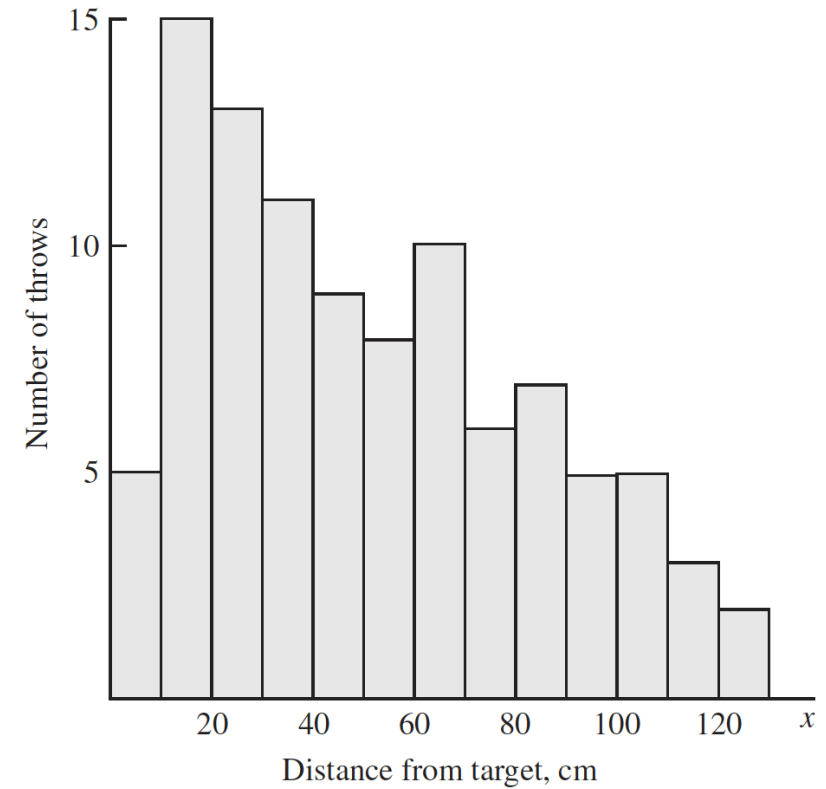
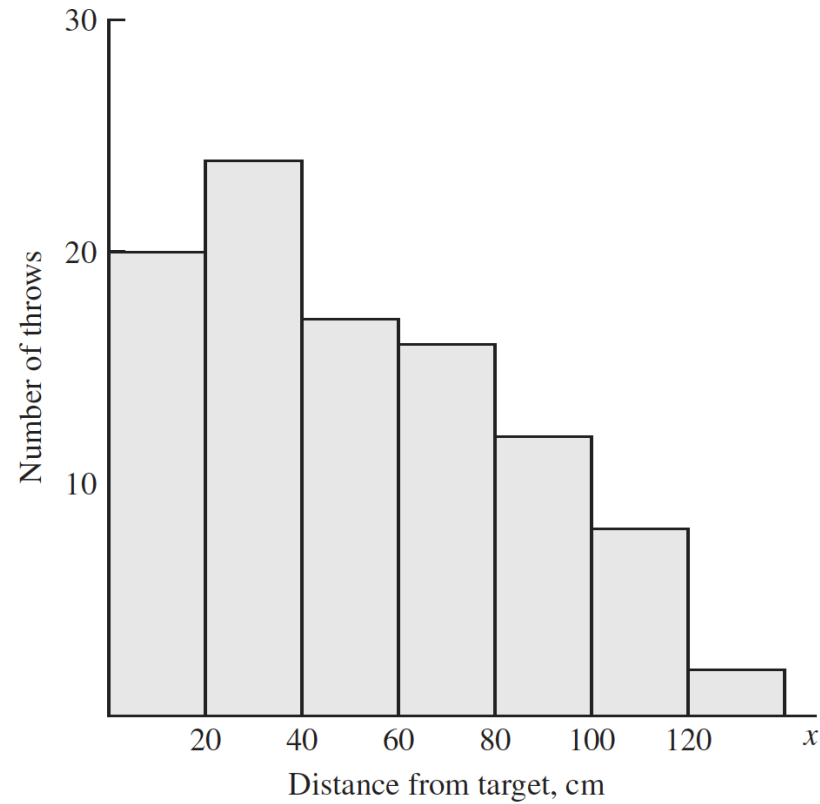
so that the tabular values are equal to  $\frac{1}{2} \text{erf}(\eta_1/\sqrt{2})$ . Each figure in the body of the table is preceded by a decimal point.

$\eta_1$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0.1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07355
0.2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0.3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0.4	15554	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0.5	19146	19497	19847	20194	20450	20884	21226	21566	21904	22240
0.6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0.7	25084	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0.8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0.9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1.0	34134	34375	34614	34850	35083	35313	35543	35769	35993	36214
1.1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1.2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
1.3	40320	40490	40658	40824	40988	41198	41308	41466	41621	41774
1.4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
1.5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1.6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1.7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1.8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1.9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670

Uzaklığa  
bağlı hedef  
tuturma  
olasılığı

Distance from Target, cm	Number of Throws
0–10	5
10–20	15
20–30	13
30–40	11
40–50	9
50–60	8
60–70	10
70–80	6
80–90	7
90–100	5
100–110	5
110–120	3
Over 120	2
Total	99

# Uzaklığa bağlı normal dağılım değişimi



**Figure 3.3** Histogram with  $\Delta x = 20$  cm.

# ÖDEV

Herhangi bir deneysel ölçme sonucunda elde edilen verilerin ortalama değeri  $\bar{X}_m$ , ortalama değerlerinden olan sapma değeri  $d_i$  ve standart sapmasının  $\sigma$  olduğu bilinmektedir. Buna göre  $\sigma$  standart sapmanın 0,5 -1,0- 1,5- 2,0- 2,5 -3,0- 4,0 ve 4,5 katında sapma olasılık  $P(x)$  değerlerini;

- a) Tablodan seçilecek  $n=1$  değerleri yardımıyla,
- b) Tablo 3.2 deki oranları (3 den büyükler için araştırma yaparak) kullanarak bulunuz.

- Çeşitli sapma değerlerine göre, eldeki deneysel verilerin normal gauss dağılım içine düşme şansı oranları

**Table 3.3** Chances for deviations from mean value of normal distribution curve

Deviation	Chances of Results Falling within Specified Deviation
$\pm 0.6745\sigma$	1-1
$\sigma$	2.15-1
$2\sigma$	21-1
$3\sigma$	369-1

$$P(1) = \frac{2.15}{2.15 + 1} = 0.6827$$

# UYGULAMA

- $\eta=1,2$  ve 3 için  $P(x)$  sapma değerlerini tablodan ve sapma-gauss eğrisinin içine düşme şansı denkleminde bulunuz?

$$\int_{-\eta_1}^{+\eta_1} e^{-\eta^2/2} d\eta = 2 \int_0^{\eta_1} e^{-\eta^2/2} d\eta$$

so that the tabular values are equal to  $\frac{1}{2} \operatorname{erf}(\eta_1/\sqrt{2})$ . Each figure in the body of the table is preceded by a decimal point.

$\eta_1$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0.1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0.2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0.3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0.4	15554	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793
0.5	19146	19497	19847	20194	20450	20884	21226	21566	21904	22240
0.6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0.7	25084	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0.8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0.9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1.0	34134	34375	34614	34850	35083	35313	35543	35769	35993	36214
1.1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1.2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147

$$P(1) = (2)(0.34134) = 0.6827$$

$$P(1) = \frac{2.15}{2.15 + 1} = 0.6827$$

**POWER SUPPLY.** A certain power supply is stated to provide a constant voltage output of 10.0 V within  $\pm 0.1$  V. The output is assumed to have a normal distribution. Calculate the probability that a single measurement of voltage will lie between 10.1 and 10.2 V.

**Solution**

For this problem  $\sigma = \pm 0.1$  V. The probability that the voltage will lie between 10.0 and 10.1 V ( $+1\sigma$ ) is, from Table 3.2,

$$P(+0.1) = 0.34134$$

while the probability it will lie between 10.0 and 10.2 V ( $+2\sigma$ ) is

$$P(+0.2) = 0.47725$$

The probability that it will lie between 10.1 and 10.2 V is therefore

$$P(10.1 \text{ to } 10.2) = 0.47725 - 0.34134 = 0.13591$$